

## 冲突证据的相关系数度量方法

孙贵东, 关欣, 衣晓, 赵静

(海军航空大学航空作战勤务学院, 山东 烟台 264001)

**摘 要:** 复杂战场环境增加了侦察信息处理的不确定性, 基于信度函数研究不确定信息尤其是冲突证据度量问题, 提出用归一化的证据相关作为冲突证据度量的相关系数, 针对现有冲突证据度量方法未分清证据单类命题与多类命题的缺点, 分别定义并核关系矩阵与核关系矩阵修正并核相关与核相关, 得到修正后的冲突证据度量。结合经典的冲突证据算例验证了该冲突证据相关系数度量方法的有效性。

**关键词:** 信度函数; 冲突证据; 相关系数; 关系矩阵

**中图分类号:** TP273

**文献标识码:** A

**doi:** 10.11959/j.issn.1000-436x.2018277

## Correlation coefficient measurement for conflict evidence

SUN Guidong, GUAN Xin, YI Xiao, ZHAO Jing

Aviation Operational Support School, Naval Aviation University, Yantai 264001, China

**Abstract:** The complex battlefield environment increases the uncertainty of reconnaissance information processing, so the uncertain information processing is investigated, especially the conflict evidence measurement, based on the belief functions. The normalized evidence correlation is defined as the correlation coefficient measurement for conflict evidence. In order to solve the drawback that the existing conflict evidence measurement methods do not distinguish the single set and multiple sets, the union core and core relational matrix are defined to modify the union core and core correlation respectively and further obtain the modified conflict evidence measurement. Finally, the efficiency of the proposed correlation coefficient measurement for conflict evidence is illustrated in the classical simulation example.

**Key words:** belief function, conflict evidence, correlation coefficient, relational matrix

### 1 引言

复杂电磁环境和自然环境导致战场信息往往具有不确定性和高冲突性, 多源信息融合技术通过各传感器的优势互补, 融合各传感器的多源信息, 提升系统的稳定性、可靠性和抗干扰能力, 综合给出决策判定, 在复杂战场环境下被广泛采纳。决策层融合作为信息融合的高层融合阶段, 既可以处理同类传感器又可以处理异类传感器上报的信息, 在

不确定信息处理方面具有较大优势, 得到了广泛研究。由于战场环境的复杂, 这些决策信息本身携带不确定性, 并且不同传感器之间的决策信息往往还是冲突的, 因此, 决策层融合的不确定信息处理问题是多源信息融合必须解决的问题, 也是难点问题, 并且是复杂战场环境的态势感知, 威胁估计等决策判定的基础。信度函数<sup>[1-2]</sup>是决策层融合的一种重要方法, 由于在不确定性数据处理领域尤其是对冲突信息处理方面的优势, 已经成为雷达、通信等

收稿日期: 2017-11-08; 修回日期: 2018-09-06

通信作者: 关欣, gxtongwin@163.com

基金项目: 国防科技卓越青年科学基金资助项目; 国家自然科学基金资助项目 (No.91538201); 泰山学者工程专项基金资助项目 (No.ts201712072); 山东省自然科学基金资助项目 (No.ZR2017BG014)

**Foundation Items:** The Excellent Youth Scholar of the National Defense Science and Technology Foundation of China, The National Natural Science Foundation of China (No.91538201), The Special Fund for the Taishan Scholar Project (No.ts201712072), The Natural Science Foundation of Shandong Province (No.ZR2017BG014)

侦察数据的重要定量分析方法，也是最常用的决策层融合方法。2016 年，国际近似推理期刊 IJAR 专门举办了信度函数专刊，庆祝信度函数 40 周年<sup>[3-4]</sup>，经过 40 多年的发展，信度函数不仅在理论上不断完善，而且在聚类分析，模式分类和识别，多属性决策，图像处理，模糊集与粗糙集和近似推理等多个领域<sup>[5-10]</sup>也得到了广泛应用。

在信度函数发展的过程中，冲突证据度量是一个热点问题。自 Zadeh<sup>[11]</sup>提出著名的 Zadeh 悖论以来，冲突证据度量就得到了国内外学者的广泛研究，并提出了各种冲突证据度量方法。由于传统的证据冲突系数  $k$  在高冲突情况下不能得到正确的融合结果，Smets 等<sup>[12]</sup>提出了著名的 TBM (transferable belief model)，定义了 Pignistic 概率函数用来进行冲突证据度量；Jousselme 等<sup>[13]</sup>提出了经典的 Jousselme 距离来度量冲突证据距离；文献[14-16]等系统性分析和比较冲突证据的各种距离度量方法；文献[17-18]等分别用冲突系数  $k$  和 Jousselme 证据距离的算术平均值和几何平均值度量冲突证据；文献[19]则基于证据虚假度进行冲突度量；而文献[20]基于类偏熵和关联熵定义了关联系数，来定量的表示证据之间的冲突；文献[21-22]利用夹角余弦来进行冲突度量；文献[23]基于 Pignistic 概率转换引入 Tanimoto 测度来度量冲突证据；文献[24-26]分别定义了证据重合度、新的证据不确定度和融合证据距离和证据散度的 Hamacher T-余范度量冲突证据。

尽管上述文献在一定程度上实现了对冲突证据的度量，但是各种方法都或多或少存在局限性，比如 Jousselme 距离在证据完全冲突时，计算结果容易出现悖论；TBM 在 Pignistic 概率转换过程中将信息平均分配给单类焦元，违背了单类互斥的原则，所以在后续的用 Pignistic 概率距离计算冲突度量时也容易出现违背常理的结果。而现有的冲突证据度量方法大多是基于 Jousselme 距离和 Pignistic 概率转换的，因此新的冲突度量方法的提出是必要的。通过对现有冲突证据度量方法的分析得知，当证据为单类证据时，大多数方法都能够很好地度量，但是当证据为多类证据时，各种方法开始出现悖论。因此，多类证据的冲突度量是解决问题的关键，也是难点问题。尽管现有文献采用 Jousselme 距离中的矩阵  $D$  来拆分单类与多类证据，但是未考虑到单类与多类证据之间的矩阵  $D$  应该有所不同。

为此，本文基于关联系数提出一种冲突证据度量方法，目的是分清多类与单类证据之间的关系，并非是一种比现有方法具有很大优势的冲突证据度量方法，而是试图给出一种冲突证据度量的新思路。此外，相关系数作为序列线性变化的度量方法，已在多个领域体现优势，广义上，现有的夹角余弦度量是相关系数的一种向量表示方法，但是夹角余弦仅仅是线性向量的夹角，当向量维数增加时，从直观上无法分辨。并且，夹角余弦不能像相关系数一样可以从序列相关的角度进行分析，因此，本文方法亦即是现有夹角余弦冲突证据度量方法的改进和推广。

为此，本文首先概述信度函数理论，并进一步分析现有冲突证据度量方法，在此基础上提出冲突证据度量的相关系数方法，并重点讨论单类与多类证据之间的关系。最后通过经典的冲突证据分析算例验证所提出方法的有效性。

## 2 基本概述

### 2.1 信度函数概述

记 Shafer 模型下，互斥且完备的辨识框架  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n\}$ ， $\Theta$  中所有子集生成的集合称为  $\Theta$  的幂集，记为  $2^\Theta$ ，其中， $|\Theta|$  为集合中元素的个数， $2^\Theta$  中包含空集  $\emptyset$ ，单子集  $\theta_i$  和复合子集  $\{\bigcup \theta_i | 1 < i \leq n\}$ 。

记辨识框架  $\Theta$  上的任意命题  $A$  的基本信度赋值 (BBA, basic belief assignment) 或 mass 函数为其幂集  $2^\Theta$  到  $[0,1]$  上的映射  $m: 2^\Theta \rightarrow [0,1]$ ，满足

$$\begin{cases} 0 \leq m(A) \leq 1 \\ \sum_{A \in 2^\Theta} m(A) = 1 \\ m(\emptyset) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

如果  $m(A) > 0$ ，称  $A$  为  $m(\cdot)$  的焦元， $m(A) = \max\{m(\cdot)\}$ ，则称  $A$  为主焦元，所有焦元集合构成了  $m(\cdot)$  的核，记为  $\kappa(m)$ 。 $m(A)$  的含义为幂集空间子集属于命题  $A$  的基本信度，命题  $A$  可以是单类 (单集) 也可以是多类 (复合集)。

Shafer 在 mass 函数的基础上定义了信度  $\text{Bel}(\cdot)$  和似然度  $\text{Pl}(\cdot)$ ，对于幂集空间  $2^\Theta$  上的命题  $A, B$ ，令  $A \subset B$ ，则有

$$\text{Bel}(B) = \sum_{A \subset B} m(A) \quad (2)$$

$$Pl(B) = \sum_{A \cap B \neq \emptyset} m(A) = 1 - Bel(\bar{A}) \quad (3)$$

其中,  $\bar{A}$  是命题  $A$  在幂集空间的补集, 易知  $Bel(B) \leq Pl(B)$ , 并记  $[Bel(B), Pl(B)]$  为命题  $B$  的不确定信度区间, 信度函数通过信度区间描述不确定信息解决传统概率论不能解决的不确定信息处理的问题。而命题  $B$  的信度函数和似然函数定义为  $B$  到其信度  $Bel(\cdot)$  和似然度  $Pl(\cdot)$  上的映射。

$$B \rightarrow Bel(B) \quad (4)$$

$$B \rightarrow Pl(B) \quad (5)$$

记同一辨识框架下, 两条独立证据的 mass 函数为  $m_1(\cdot)$  和  $m_2(\cdot)$ ,  $A$ 、 $B$  和  $C$  分别为辨识框架下的命题, 称  $m(\cdot) = m_1(\cdot) \oplus m_2(\cdot)$  为经典的 DS 组合规则满足

$$m(A) = \begin{cases} \frac{\sum_{B \cap C = A} m_1(B)m_2(C)}{1 - k}, & A \neq \emptyset \\ 0, & A = \emptyset \end{cases} \quad (6)$$

其中,  $k$  为两条证据的冲突程度,

$$k = \sum_{B \cap C = \emptyset} m_1(B)m_2(C) = 1 - \sum_{B \cap C \neq \emptyset} m_1(B)m_2(C) \quad (7)$$

当  $k=1$  时, 表示两条证据完全冲突, 此时不能用经典的 DS 组合规则进行融合, 当  $k \rightarrow 1$  时, 经典的 DS 组合规则融合后往往会产生违背直觉的结果, 因此如何处理冲突证据是信度函数的一个重要研究方向。

## 2.2 现有冲突证据度量分析

### 2.2.1 Pignistic 概率距离

Smets 等<sup>[12]</sup>提出了著名的 TBM 模型, 定义了 Pignistic 概率函数。记辨识框架  $\Theta$  上的证据对幂集空间命题的 mass 函数为  $m$ ,  $BetP_m : \Theta \rightarrow [0, 1]$  为 Pignistic 概率函数, 满足

$$\begin{aligned} BetP_m(A) &= \sum_{A \subseteq B, \forall B \in 2^\Theta} \frac{|A \cap B|}{|B|} \frac{m(B)}{1 - m(\emptyset)} \\ &= \sum_{A \subseteq B, \forall B \in 2^\Theta} \frac{1}{|B|} \frac{m(B)}{1 - m(\emptyset)}, m(\emptyset) \neq 1 \end{aligned} \quad (8)$$

其中,  $|B|$  为焦元的势。  $BetP_m(A)$  将复合类焦元的信度平均分配给了其包含的单类, 是在香农信息熵意义下实现 mass 函数到概率分布的转换。文献[27]在 Pignistic 概率函数的基础上提出了 Pignistic 概率距离

$$difBetP_{m_1}^{m_2} = \max_{A \in \Theta} \{BetP_{m_1}(A) - BetP_{m_2}(A)\} \quad (9)$$

$difBetP_{m_1}^{m_2}$  表示不同证据 mass 函数转化后的 Pignistic 概率之间的最大差异,  $difBetP_{m_1}^{m_2}$  越大, 表示原证据越冲突。并结合传统的证据冲突程度为  $k$ , 与 Pignistic 概率距离  $difBetP_{m_1}^{m_2}$ , 组成冲突证据的度量因子  $cf(m_1, m_2)$

$$cf(m_1, m_2) = \langle k, difBetP_{m_1}^{m_2} \rangle \quad (10)$$

### 2.2.2 Josselme 距离

Josselme 等<sup>[13]</sup>提出了经典的 Josselme 距离。记相同辨识框架  $\Theta$  上的 2 条证据对幂集空间命题的 mass 函数分别为  $m_1$  和  $m_2$ ,  $d_{BPA}(m_1, m_2)$  为 Josselme 距离, 满足

$$d_{BPA}(m_1, m_2) = \sqrt{\frac{1}{2}(m_1 - m_2)' D (m_1 - m_2)} \quad (11)$$

其中,  $m_1$ 、 $m_2$  分别为 mass 函数在幂集空间张成的序列向量,  $D$  为  $2^{|\Theta|} \times 2^{|\Theta|}$  的正定矩阵, 满足

$$\begin{aligned} D &= [d_{ij}]_{2^{|\Theta|} \times 2^{|\Theta|}} \\ d_{ij} &= \left| \frac{A_i \cap A_j}{A_i \cup A_j} \right| \end{aligned} \quad (12)$$

其中,  $A_i, A_j \in 2^\Theta$ , 矩阵  $D$  的概念十分重要, 揭示了证据单集与多集命题之间的关系, 有文献定义了新的矩阵  $D$  表达式, 文献[14]中有具体的综述, 可详细查看。

### 2.2.3 证据关联系数

邓勇等<sup>[20]</sup>基于类偏熵和关联熵定义了证据关联系数。记相同辨识框架  $\Theta$  上的两条证据对幂集空间命题的 mass 函数分别为  $m_1$  和  $m_2$ ,  $r(m_1, m_2)$  为证据关联系数, 满足

$$r(m_1, m_2) = \frac{H(m_1) + H(m_2)}{H_{m_2}(m_1) + H_{m_1}(m_2)} \quad (13)$$

其中,  $H(m_1)$  和  $H_{m_2}(m_1)$  为随机变量  $m_1$  关于随机变量  $m_2$  的类偏熵,

$$\begin{aligned} H(m_1) &= \sum m_1 e^{-5m_1} \\ H_{m_2}(m_1) &= \sum m_2 e^{-5m_1} \end{aligned} \quad (14)$$

### 2.2.4 证据夹角余弦

宋亚飞等<sup>[21]</sup>和王路等<sup>[22]</sup>基于向量夹角余弦定义了证据夹角余弦。记相同辨识框架  $\Theta$  上的两条证据对幂集空间命题的 mass 函数分别为  $m_1$  和  $m_2$ ， $\cos(m_1, m_2)$  为证据夹角余弦，满足

$$\cos(m_1, m_2) = \frac{m_1 m_2^T}{\|m_1\| \|m_2\|} \quad (15)$$

其中， $m_1$  和  $m_2$  分别为证据 mass 函数  $m_1$  和  $m_2$  张成的向量， $\|m_1\|$  和  $\|m_2\|$  分别为  $m_1$  和  $m_2$  的模

$$\|m_1\| = \sqrt{m_1 m_1^T}, \quad \|m_2\| = \sqrt{m_2 m_2^T} \quad (16)$$

## 3 基于相关系数的冲突证据度量

证据冲突描述为证据对同一框架内相同命题基本信度的差异性，本文基于相关系数研究冲突证据度量问题。证据冲突与相关系数之间是逆向关系，证据冲突越大，相关性越小，反之亦然。本节首先给出相关定义，其次引入证据相关系数，最后重点分析单类和多类证据命题的关系，利用关系矩阵修正证据相关系数。

### 3.1 相关定义

**定义 1** 记辨识框架  $\Theta$  上由两条证据 mass 函数组成的序列分别为  $m_1(\cdot) = \{m_1(A_i) | i = 1, 2, \dots, 2^{|\Theta|}\}$  和  $m_2(\cdot) = \{m_2(A_i) | i = 1, 2, \dots, 2^{|\Theta|}\}$ ，则证据相关定义为

$$C(m_1, m_2) = \frac{1}{2^{|\Theta|}} \sum_{i=1}^{2^{|\Theta|}} m_1(A_i) m_2(A_i) \quad (17)$$

在实际计算过程中证据相关仅需计算存在焦元的证据之间的相关性，为此给出两条证据 mass 函数并核的概念，表示两条证据 mass 函数核的并集

$$\kappa(m_1, m_2) = \{\kappa(m_1) \cup \kappa(m_2)\} \quad (18)$$

并核  $\kappa(m_1, m_2)$  满足  $0 \leq m(\kappa(m_1, m_2)_i) \leq 1, i = 1, 2, \dots, |\kappa(m_1, m_2)|$ ， $|\kappa(m_1, m_2)|$  为并核内焦元的个数，则证据相关修正为并核相关

$$C_\kappa(m_1, m_2) = \frac{1}{2^{|\Theta|}} \sum_{i=1}^{|\kappa(m_1, m_2)|} m_1(\kappa(m_1, m_2)_i) m_2(\kappa(m_1, m_2)_i) \quad (19)$$

**定义 2** 在辨识框架  $\Theta$  上，证据 mass 函数序列  $m_k(\cdot)$  的证据自相关定义为

$$C(m_k, m_k) = \frac{1}{2^{|\Theta|}} \sum_{i=1}^{2^{|\Theta|}} [m_k(A_i)]^2, k = 1, 2, \dots \quad (20)$$

核自相关为

$$C_\kappa(m_k, m_k) = \frac{1}{2^{|\Theta|}} \sum_{i=1}^{|\kappa(m_k)|} [m_k(\kappa(m_k)_i)]^2, k = 1, 2, \dots \quad (21)$$

### 3.2 证据相关系数

**定义 3** 记辨识框架  $\Theta$  上的两条证据对幂集空间命题的 mass 函数分别为  $m_1$  和  $m_2$ ， $\rho(m_1, m_2)$  为证据相关系数，表述为证据间线性变化的度量，满足

- 1)  $\rho(m_1, m_2) = \rho(m_2, m_1)$
- 2)  $\rho(m_1, m_2) = 1$ , 当且仅当  $m_1 = m_2$
- 3)  $0 \leq \rho(m_1, m_2) \leq 1$

条件 2) 可以具体描述为下述重要定理。

**定理** 在证据理论框架内，证据线性相关等价于证据相等。

**证明 1** 如果  $\rho(m_1, m_2) = 1$ ，则  $m_1 = k m_2, k > 0$ ，而 mass 函数满足  $\sum m_1(\cdot) = 1, \sum m_2(\cdot) = 1$ ，则  $\sum k m_2(\cdot) = 1$ ，即

$$k = 1, \text{ 得证 } m_1 = m_2$$

如果， $m_1 = m_2$ ，由相关系数含义可知，显然  $\rho(m_1, m_2) = 1$ 。

证毕。

实际上，正是由于上述定理才使相关系数可以作为证据冲突的度量方法，如果脱离的证据理论框架，相关系数仅描述线性关系，不能够充分描述变量间的接近度。

**定义 4** 在辨识框架  $\Theta$  上，两条证据 mass 函数序列为  $m_1(\cdot)$  和  $m_2(\cdot)$ ，证据相关系数定义为归一化的证据相关，可以用式(22)表示。

$$\rho(m_1, m_2) = \frac{C(m_1, m_2)}{[C(m_1, m_1) C(m_2, m_2)]^{\frac{1}{2}}} \quad (22)$$

将证据相关系数修正为并核相关系数为

$$\rho_\kappa(m_1, m_2) = \frac{C_\kappa(m_1, m_2)}{[C_\kappa(m_1, m_1) C_\kappa(m_2, m_2)]^{\frac{1}{2}}} \quad (23)$$

上述相关系数满足相关系数的 3 条准则。

**证明 2**

- 1)  $\rho_\kappa(m_1, m_2) = \rho_\kappa(m_2, m_1)$  显然成立。
- 2)  $\rho_\kappa(m_1, m_2) = 1$ , 当且仅当  $m_1 = m_2$  在证明 1 中已经给出。

- 3) 由于  $m_1 \geq 0, m_2 \geq 0$ ，所以  $\rho_\kappa(m_1, m_2) \geq 0$ ，

由 Cauchy-Schwarz 不等式为  $(a_1b_1 + a_2b_2 + \dots, +a_nb_n) \leq (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)^{\frac{1}{2}}(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)^{\frac{1}{2}}$ , 有

$$\begin{aligned} C_{\kappa}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2) &= \frac{1}{2^{|\Theta|}} \sum_{i=1}^{|\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)|} m_1(\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)_i) m_2(\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)_i) \\ &\leq \frac{1}{2^{|\Theta|}} \left\{ \sum_{i=1}^{|\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)|} [m_1(\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)_i)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &\quad \left\{ \sum_{i=1}^{|\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)|} [m_2(\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)_i)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &\leq \left\{ \frac{1}{2^{|\Theta|}} \sum_{i=1}^{|\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)|} [m_1(\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)_i)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \cdot \\ &\quad \left\{ \frac{1}{2^{|\Theta|}} \sum_{i=1}^{|\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)|} [m_2(\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)_i)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \left\{ \frac{1}{2^{|\Theta|}} \sum_{i=1}^{|\kappa(\mathbf{m}_1)|} [m_1(\kappa(\mathbf{m}_1)_i)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \cdot \\ &\quad \left\{ \frac{1}{2^{|\Theta|}} \sum_{i=1}^{|\kappa(\mathbf{m}_2)|} [m_2(\kappa(\mathbf{m}_2)_i)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= [C_{\kappa}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_1) \cdot C_{\kappa}(\mathbf{m}_2, \mathbf{m}_2)]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

所以  $\rho_{\kappa}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2) \leq 1$

证毕。

**例 1** 辨识框架  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5\}$ , 3 条独立证据分别为

$$m_1(\theta_1) = 0.6, m_1(\theta_3) = 0.3, m_1(\theta_4) = 0.1$$

$$m_2(\theta_2) = 0.4, m_2(\theta_3) = 0.3, m_2(\theta_5) = 0.3$$

$$m_3(\theta_1) = 0.5, m_3(\theta_3) = 0.3, m_3(\theta_4) = 0.1, m_3(\theta_5) = 0.1$$

通过计算得知证据  $\mathbf{m}_1$  和  $\mathbf{m}_2$  以及  $\mathbf{m}_1$  和  $\mathbf{m}_3$  之间的相关系数分别为

$$\rho_{\kappa}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2) = 0.4162, \quad \rho_{\kappa}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_3) = 0.9664$$

计算结果与事实情况相符, 验证了所提出的冲突证据相关系数度量的准确性。

### 3.3 证据相关系数修正

上述证据相关系数在处理辨识框架  $\Theta$  上仅存在单类命题时优势明显, 但是如果单类和多类命题共同存在时, 上述证据相关系数无法很好地处理。

**例 2** 辨识框架  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5\}$ , 3 条独立证据分别为

$$m_1(\theta_1\theta_2\theta_3) = 0.6, m_1(\theta_3) = 0.3, m_1(\theta_4) = 0.1$$

$$m_2(\theta_1\theta_3) = 0.3, m_2(\theta_3) = 0.5, m_2(\theta_5) = 0.2$$

$$m_3(\theta_4\theta_5) = 0.5, m_3(\theta_3) = 0.3, m_3(\theta_5) = 0.2$$

通过计算得知证据  $\mathbf{m}_1$  和  $\mathbf{m}_2$  以及  $\mathbf{m}_1$  和  $\mathbf{m}_3$  之间的相关系数分别为

$$\rho_{\kappa}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2) = 0.3588, \quad \rho_{\kappa}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_3) = 0.7832$$

显然计算结果与事实情况不符,  $\mathbf{m}_1$  和  $\mathbf{m}_2$  之间的相关性应该比  $\mathbf{m}_1$  和  $\mathbf{m}_3$  之间相关性要强。

上述违背常理的结果是未区分证据单类与多类命题导致的, 实际上, 证据冲突度量的难点在于相关计算过程中, 如何分清单类命题与多类命题。因此, 基于文献[13]的思想, 引入关系矩阵的概念, 分清单类命题与多类命题。

**定义 5** 记辨识框架  $\Theta$  上, 2 条证据 mass 函数分别为  $m_1(\cdot) = \{m_1(A_i) | i = 1, 2, \dots, 2^{|\Theta|}\}$  和  $m_2(\cdot) = \{m_2(A_j) | j = 1, 2, \dots, 2^{|\Theta|}\}$ , 文献[13]给出的证据关系

矩阵为  $\mathbf{D} = [d_{ij}]_{2^{|\Theta|} \times 2^{|\Theta|}}$ ,  $d_{ij} = \frac{|A_i \cap A_j|}{|A_i \cup A_j|}$ , 其中,  $d_{ij}$  描

述辨识框架内命题间的相互关系。在计算过程中, 仅需分清证据 mass 函数并核单类与多类之间的关系即可, 为此定义并核证据关系矩阵为

$$\mathbf{D}_{\kappa} = [d_{\kappa_{ij}}]_{|\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)| \times |\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)|}$$

$$d_{\kappa_{ij}} = \frac{|\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)_i \cap \kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)_j|}{|\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)_i \cup \kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)_j|} \quad (24)$$

其中,  $|\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)|$  为并核的势。参照并核证据关系矩阵, 直接给出核证据关系矩阵为

$$\mathbf{D}_m = [d_{m_{ij}}]_{|\kappa(\mathbf{m})| \times |\kappa(\mathbf{m})|}$$

$$d_{m_{ij}} = \frac{|\kappa(\mathbf{m})_i \cap \kappa(\mathbf{m})_j|}{|\kappa(\mathbf{m})_i \cup \kappa(\mathbf{m})_j|} \quad (25)$$

**例 3** 辨识框架  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ , 2 条独立证据分别为

$$m_1(\theta_1) = 0.4, m_1(\theta_3) = 0.3, m_1(\theta_1, \theta_3) = 0.2, m_1(\Theta) = 0.1$$

$$m_2(\theta_2) = 0.4, m_2(\theta_3) = 0.3, m_2(\theta_1, \theta_2) = 0.3$$

则并核  $\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2) = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_1\theta_2, \theta_1\theta_3, \Theta\}$ , 核  $\kappa(\mathbf{m}_1) = \{\theta_1, \theta_3, \theta_1\theta_3, \Theta\}$ ,  $\kappa(\mathbf{m}_2) = \{\theta_2, \theta_3, \theta_1\theta_2\}$ , 并核证据关系矩阵和核关系矩阵分别为

$$D_{\kappa} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 1 & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_{m_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_{m_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

尽管证据关系矩阵一定程度上解决了证据冲突度量的问题，文献[13,21-22]等都采用了证据关系矩阵的思想，但是上述方法都存在不足。主要原因在于，一方面，证据关系矩阵修正的对象不准确。文献[21-22]利用关系矩阵先修正证据 mass 函数得到新的 mass 函数，再利用新的 mass 函数计算相关系数作为冲突度量，此类方法修正的对象不准确，关系矩阵应该作用于证据的相互关系而不是 mass 函数，这与文献[13]提出关系矩阵时的思想一致。此外先修正证据 mass 函数，会导致得到的新的 mass 函数的含义不清楚，并且不再满足新 mass 函数之和小于 1 的条件。另一方面，在证据冲突度量计算过程中，未分清并核与核之间的单类与多类的关系。并核与核之间的单类与多类的证据关系矩阵应该有所区别，并核证据关系矩阵应该修正并核之间单类与多类的关系，而不能修正核之间单类与多类的关系，否则会造成后

续的度量错误，此时应该用核证据关系矩阵修正核之间单类与多类的关系。

**例 4** 方便起见，这里采用例 3 的数据进行说明。

如果采用现有的夹角余弦方法，直接用关系矩阵修正证据 mass 函数得到新的 mass 函数，则有

$$m_1'(\kappa(m_1, m_2)) = m_1(\kappa(m_1, m_2)) D_{\kappa} \\ = (0.533, 0.033, 0.433, 0.333, 0.617, 0.367)$$

$$m_2'(\kappa(m_1, m_2)) = m_2(\kappa(m_1, m_2)) D_{\kappa} \\ = (0.15, 0.55, 0.3, 0.5, 0.25, 0.433)$$

可知， $\sum m_1' > 1, \sum m_2' > 1$ ，显然是不合理的，并且未区分并核与核证据关系矩阵，统一都采用并核关系矩阵修正，则修正的核证据也会出现较大误差。

在上述分析的基础上，综合考虑关系矩阵作用的对象，以及用于并核与核的关系矩阵应该有所区别，提出一种证据作用中修正方法，在证据相关计算过程中，直接用并核证据关系矩阵和核证据关系矩阵修正，形成修正后的并核相关  $C_{D_{\kappa}}(m_1, m_2)$  和核自相关  $C_{D_{\kappa}}(m_k, m_k)$

$$C_{D_{\kappa}}(m_1, m_2) = \frac{1}{2^{|\Theta|}} \cdot \sum_{j=1}^{|\kappa(m_1, m_2)|} \sum_{i=1}^{|\kappa(m_1, m_2)|} m_1(\kappa(m_1, m_2)_i) d_{\kappa_{ij}} m_2(\kappa(m_1, m_2)_j) \quad (26)$$

$$C_{D_{\kappa}}(m_k, m_k) = \frac{1}{2^{|\Theta|}} \cdot \sum_{j=1}^{|\kappa(m_k)|} \sum_{i=1}^{|\kappa(m_k)|} m_k(\kappa(m_k)_i) d_{m_{ki}} m_k(\kappa(m_k)_j), k=1, 2, \dots \quad (27)$$

式(26)和式(27)用向量形式分别表示为

$$C_{D_{\kappa}}(m_1, m_2) = \frac{1}{2^{|\Theta|}} m_1(\kappa(m_1, m_2)) D_{\kappa} m_2^T(\kappa(m_1, m_2)) \quad (28)$$

$$C_{D_{\kappa}}(m_k, m_k) = \frac{1}{2^{|\Theta|}} m_k(\kappa(m_k)) D_{m_k} m_k^T(\kappa(m_k)) \quad (29)$$

其中， $m_1(\kappa(m_1, m_2))$  和  $m_2(\kappa(m_1, m_2))$  分别为并核 mass 函数张成的向量， $m_k(\kappa(m_k))$  为核 mass 函数张成的向量。

按上述方法修正后的相关系数为

$$\begin{aligned} \rho_{D\kappa}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2) &= \frac{C_{D\kappa}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)}{[C_{D\kappa}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_1) \cdot C_{D\kappa}(\mathbf{m}_2, \mathbf{m}_2)]^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{\sum_{j=1}^{|\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)|} \sum_{i=1}^{|\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)|} m_1(\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)_i) d_{\kappa_{ij}} m_2(\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)_j)}{\left( \sum_{j=1}^{|\kappa(\mathbf{m}_1)|} \sum_{i=1}^{|\kappa(\mathbf{m}_1)|} m_1(\kappa(\mathbf{m}_1)_i) d_{m_{1ij}} m_1(\kappa(\mathbf{m}_1)_j) \right)^{\frac{1}{2}} \left( \sum_{j=1}^{|\kappa(\mathbf{m}_2)|} \sum_{i=1}^{|\kappa(\mathbf{m}_2)|} m_2(\kappa(\mathbf{m}_2)_i) d_{m_{2ij}} m_2(\kappa(\mathbf{m}_2)_j) \right)^{\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (30)$$

式(30)用向量式表示为

$$\rho_{D\kappa}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2) = \frac{\mathbf{m}_1(\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)) \mathbf{D}_{\kappa} \mathbf{m}_2^T(\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2))}{\left( \mathbf{m}_1(\kappa(\mathbf{m}_1)) \mathbf{D}_{m_1} \mathbf{m}_1^T(\kappa(\mathbf{m}_1)) \right)^{\frac{1}{2}} \left( \mathbf{m}_2(\kappa(\mathbf{m}_2)) \mathbf{D}_{m_2} \mathbf{m}_2^T(\kappa(\mathbf{m}_2)) \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (31)$$

注意到, 式(13)与文献[14]中和文献[21]中的定义的夹角余弦等有相似之处, 但是相比夹角余弦, 式(31)一方面分清了单类与多类之间的关系, 用不同的关系矩阵进行拆分, 另一方面, 虽然计算系数  $\frac{1}{2^{|Q|}}$  因子被约简, 但是在相关计算过程中一直保留, 特别当辨识框架类别重要性不同时, 此因子可以看作权重系数, 保证了计算准确性, 是夹角余弦框架所不能处理的, 因此, 此方法可以说是现有夹角余弦方法的改进和推广。

基于上述相关系数得到冲突证据度量表达式为

$$Conf(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2) = 1 - \rho_{D\kappa}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2) \quad (32)$$

#### 4 算例分析

本节采用两组算例对所提出的冲突证据度量方法进行验证, 第一组算例采用与例 2 相同的数据进行验证, 第二组算例采用现有文献中经常采用的文献[13]中的经典算例, 对冲突证据度量进行验证并对比分析。

**算例 1** 在复杂战场环境下的多源信息融合系统中, 我方电子侦察系统侦测到一未知目标抵进我海域, 机载雷达、ESM 和 IFF 这 3 类传感器各自对此未知目标进行识别判断得到以下决策信息。未知目标的可能识别类为  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$ 、 $\theta_4$ 、 $\theta_5$ , 传感器对未知目标可能的识别类的决策判定信息分别为: 机载雷达认为是  $\theta_1$ 、 $\theta_2$  和  $\theta_3$  之中的某目标的可能性为 60%, 其中, 有 30%的把握判定为目标  $\theta_3$ , 判定为目标  $\theta_4$  的可能性只有 10%; ESM 认为是  $\theta_1$  和  $\theta_2$  之

中的某目标可能性为 30%, 其中, 50%的把握判定为目标  $\theta_3$ , 20%的把握判定为  $\theta_5$ ; 而 IFF 判定为目标  $\theta_4$  或目标  $\theta_5$  的可能性为 50%, 其中, 有 30%的把握判定为目标  $\theta_5$ , 另外认为是目标  $\theta_3$  的可能性为 30%。信息融合决策中心为实现目标的识别判定, 需要对三类传感器的决策信息进行融合判定, 由各传感器的决策信息得知, 其决策信息之间是矛盾和冲突的, 为此决策判定前需要对其进行冲突度量处理, 以更好地进行下一步的融合判定。

上述实例可抽象为下述数学语言。

互斥且完备的辨识框架为  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5\}$ , 三条独立证据分别为

$$m_1(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = 0.6, m_1(\theta_3) = 0.3, m_1(\theta_4) = 0.1$$

$$m_2(\theta_1, \theta_3) = 0.3, m_2(\theta_3) = 0.5, m_2(\theta_5) = 0.2$$

$$m_3(\theta_4, \theta_5) = 0.5, m_3(\theta_3) = 0.3, m_3(\theta_5) = 0.2$$

为实现冲突证据的融合处理问题, 首先需对上述证据进行冲突度量, 利用本文方法分别计算证据  $m_1$  和  $m_2$  以及  $m_1$  和  $m_3$  之间的冲突度, 计算步骤如下所示。

证据  $m_1$  和  $m_2$  的并核为  $\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2) = \{\theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_1, \theta_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ , 对应的 mass 函数分别为  $m_1(\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)) = \{0.3, 0.1, 0, 0, 0.6\}$ ,  $m_2(\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)) = \{0.5, 0, 0.2, 0.3, 0\}$ 。

证据  $m_1$  和  $m_3$  的并核为  $\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_3) = \{\theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5\}$ , 对应的 mass 函数分别为  $m_1(\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_3)) = \{0.3, 0.1, 0, 0.6, 0\}$ ,  $m_3(\kappa(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_3)) = \{0.3, 0, 0.2, 0, 0.5\}$ 。

$m_1$  和  $m_2$ ,  $m_1$  和  $m_3$  之间的并核关系矩阵以及  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  自身的关系矩阵分别为

$$D_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 1 & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{2}{3} & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_{13} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

利用式 (31) 和式 (32) 计算得到证据  $m_1$  和  $m_2$  以及  $m_1$  和  $m_3$  之间的冲突度分别为

$$Conf(m_1, m_2) = 0.2515, Conf(m_1, m_3) = 0.6683。$$

该算例计算结果与事实情况相符，纠正了例 2 计算结果的不足，得到了更准确的冲突度量。

由于本文主要研究内容为冲突证据融合的量度问题，在度量的基础上可以采用现有的方法进行识别判定。此外新的冲突证据融合方法也是信度函数理论的一个急需解决的内容，在未来的研究中会继续探讨，这里不再赘述。

**算例 2** 记互斥且完备的辨识框架  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_{20}\}$ ，两条独立的证据对命题的 mass 函数分别为  $m_1(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = 0.05, m_1(\theta_7) = 0.05, m_1(\Theta) = 0.1, m_1(A) = 0.8, m_2(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5) = 1$ ，其中， $A$  为  $\Theta$  的子集。

假设  $A$  从  $\theta_1$ ，依次增加一个元素，直至  $A = \Theta$ ，变化规律简记为  $\{1\}, \{1,2\}, \dots, \{1,2, \dots, 20\}$ ，在变化过程中分别利用传统证据冲突系数  $k$ ，Joussleme 距离  $d_{BPA}$ ，Pignistic 概率距离  $difBetP_{m_1}^{m_2}$ ，证据关联系数  $r$ ，夹角余弦  $\cos$ ，冲突系数  $k$  和 Joussleme 证据距离的算术平均值  $k^d$  以及本文提出的相关系数  $Conf$  度量 mass 函数  $m_1$  和  $m_2$  之间的冲突程度，计算结果分别如图 1 和表 1 所示。

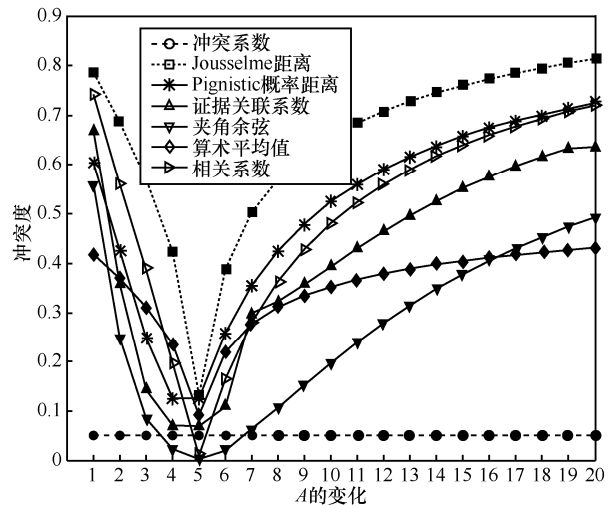


图 1 冲突证据度量对比

通过图 1 和表 1 的形象对比可知，当  $A$  按规律从  $\{1\}$  变化到  $\{1,2, \dots, 20\}$  时，只有冲突系数  $k$  维持不变，显然违背事实情况，说明  $k$  不能很好地对冲突证据进行度量。其余 6 种方法变化规律则一致，都随着  $A$  的变化先减小至  $A = \{1,2,3,4,5\}$  为止，此时证据间的冲突最小，这与事实相符，此时两条证据都对命题  $\{1,2,3,4,5\}$  具有较高的信度，因此此时的冲突度最小，并且当  $A$  继续变化，冲突度逐渐增加，也与两条证据对命题信度差异变大的事实相符。所以，通过此经典的冲突证据度量算例，验证了本文提出的相关系数冲突证据度量方法的有效性。

## 5 结束语

本文从相关系数的角度给出了冲突证据度量

表 1 冲突证据度量对比

$A$	$k$	$d_{BPA}$	$difBetP_{m_1}^{m_2}$	$1-r$	$1-\cos$	$k^d$	$Conf$
{1}	0.05	0.785 8	0.605	0.668 7	0.560 3	0.417 9	0.741 5
{1,2}	0.05	0.686 6	0.426	0.357 8	0.248 0	0.368 3	0.560 0
{1,2,3}	0.05	0.563 3	0.248	0.142 1	0.083 6	0.310 3	0.386 7
{1,2,3,4}	0.05	0.428 6	0.125	0.071 0	0.023 8	0.236 9	0.196 9
<b>{1,2,3,4,5}</b>	<b>0.05</b>	<b>0.132 2</b>	<b>0.125</b>	<b>0.069 2</b>	<b>0.003 4</b>	<b>0.091 2</b>	<b>0.009 4</b>
{1,2,...,6}	0.05	0.388 3	0.258	0.108 7	0.019 6	0.219 2	0.163 9
{1,2,...,7}	0.05	0.502 9	0.355	0.298 6	0.064 2	0.276 5	0.280 8
{1,2,...,8}	0.05	0.570 5	0.425	0.322 7	0.106 9	0.310 3	0.363 8
{1,2,...,9}	0.05	0.618 7	0.480	0.356 4	0.152 1	0.334 4	0.428 8
{1,2,...,10}	0.05	0.655 3	0.525	0.393 4	0.196 7	0.352 7	0.481 1
{1,2,...,11}	0.05	0.684 4	0.560	0.430 2	0.239 0	0.367 2	0.524 2
{1,2,...,12}	0.05	0.708 1	0.591	0.464 9	0.278 5	0.379 1	0.560 2
{1,2,...,13}	0.05	0.727 4	0.617	0.496 9	0.314 7	0.389 1	0.590 8
{1,2,...,14}	0.05	0.744 4	0.639	0.526 0	0.347 9	0.397 6	0.617 1
{1,2,...,15}	0.05	0.759 2	0.658	0.552 3	0.378 1	0.405 0	0.640 0
{1,2,...,16}	0.05	0.765 8	0.675	0.575 9	0.405 6	0.411 5	0.660 1
{1,2,...,17}	0.05	0.783 9	0.689	0.597 3	0.430 5	0.417 3	0.677 8
{1,2,...,18}	0.05	0.794 4	0.702	0.616 5	0.453 3	0.422 6	0.693 6
{1,2,...,19}	0.05	0.804 2	0.714	0.633 9	0.473 9	0.427 3	0.707 8
{1,2,...,20}	0.05	0.812 3	0.725	0.637 3	0.492 8	0.431 7	0.720 6

的一种思路，定义归一化的证据相关为证据相关系数，以此作为冲突证据度量。在此基础上，基于现有的关系矩阵重点讨论多类与单类的分辨问题，认为并核与核的关系矩阵应当有所区分，定义并核关系矩阵作用于并核证据，核关系矩阵作用于核证据。通过并核与核关系矩阵的修正，得到了新的冲突证据度量公式，能够处理多类证据的冲突度量问题，克服了现有夹角余弦方法的局限性，具有分辨性好，准确率高的优点。最后结合经典的冲突证据算例验证了提出的冲突证据相关系数度量方法的有效性。

参考文献:

[1] DEMPSTER A P. Upper and lower probabilities induced by a multi-valued mapping[J]. The Annals of Mathematical Statistics, 1967, 38(2): 325-339.  
 [2] SHAFER G A. Mathematical theory of evidence[M]. New Jersey: Princeton University Press, 1976.  
 [3] DENOEU X T. 40 years of Dempster-Shafer theory[J]. International

Journal of Approximate Reasoning, 2016, 79:1-6.  
 [4] SHAFER G. A mathematical theory of evidence turns 40[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2016, 79:7-25.  
 [5] YANG J B, XU D L. Evidential reasoning rule for evidence combination[J]. Artificial Intelligence, 2013,205:1-29.  
 [6] DENOEU X T, LI S M, SRIBOONCHITTA S. Evaluating and comparing soft partitions: an approach based on dempster-shafer theory[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2018, 26(3): 1231-1244.  
 [7] LIU Z G, PAN Q, DEZERT J, et al. Combination of classifiers with optimal weight based on evidential reasoning[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2018, 26(3): 1217-1230.  
 [8] ZHENG H Y, DENG Y, HU Y. Fuzzy evidential influence diagram and its evaluation algorithm[J]. Knowledge-Based Systems, 2017,131: 28-45.  
 [9] SUN G D, GUAN X, YI X, et al. Belief intervals aggregation[J]. International Journal of Intelligent Systems. 2018, 33(12): 2425-2447.  
 [10] CHEN S Q, WANG Y M, SHI H L, et al. Alliance-based evidential reasoning approach with unknown evidence weights[J]. Expert Systems with Applications, 2017, 78: 193-207.  
 [11] ZADEH L A. A simple view of the Dempster-Shafer theory of evidence and its implication for the rule of combination[J]. AI Magazine,

- 1986, 7(2):85-90.
- [12] SMETS P, KENNES R. The transferable belief model[J]. Artificial Intelligence, 1994, 66 (2):191-234.
- [13] JOUSSELME A L, GRENIER D, BOSSEÉ E. A new distance between two bodies of evidence[J]. Information Fusion. 2012 (2): 91-101.
- [14] JOUSSELME A L, MAUPIN P. Distances in evidence theory: comprehensive survey and generalizations[J]. International Journal of Approximate Reasoning. 2012 (53):118-145
- [15] HU L F, GUAN X, DENG Y, et al. Measuring conflict functions in generalized power space[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2011, 24(1): 65-73.
- [16] SUN G D, GUAN X, YI X, et al. Innovative conflict measurement based on the modified weighted union kernel correlation coefficient[J]. IEEE Access, 2018, 6: 30458-30472.
- [17] 蒋雯, 彭进业. 一种新的证据冲突表示方法[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(3): 562-565.  
JIANG W, PENG J Y. New representation method of evidential conflict[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(3): 562-565.
- [18] 蒋雯, 张安, 邓勇. 基于新的证据冲突表示的信息融合方法研究[J]. 西北工业大学学报, 2010, 28(1): 27-32.  
JIANG W, ZHANG A, DENG Y. A novel information fusion method based on our evidence conflict representation[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2010, 28(1): 27-32.
- [19] SCHUBERT J. Conflict management in Dempster-Shafer theory using the degree of falsity[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2011, 52: 449-460
- [20] 邓勇, 王栋, 李齐, 等. 一种新的证据冲突分析方法[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(6): 839-844.  
DENG Y, WANG D, LI Q, et al. A new method to analyze evidence conflict[J]. Control Theory & Applications, 2011, 28(6): 839-844.
- [21] 宋亚飞, 王晓丹, 雷蕾, 等. 基于相关系数的证据冲突度量方法[J]. 通信学报, 2014, 35(5): 95-100.  
SONG Y F, WANG X D, LEI L, et al. Measurement of evidence conflict based on correlation coefficient[J]. Journal on Communications, 2014, 35(5): 95-100.
- [22] 王路, 邢清华, 毛艺帆. 基于信任度和确定度的证据加权组合方法[J]. 通信学报, 2017, 38(1): 83-88.  
WANG L, XING Q H, MAO Y F. Weighted evidence combination based on degree of credibility and certainty[J]. Journal on Communications, 2017, 38(1): 83-88.
- [23] BI W H, ZHANG A, YUAN Y. Combination method of conflict evidences based on evidence similarity[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2017, 28(3): 503-513.
- [24] 毛艺帆, 张多林, 王路. 基于重合度的证据冲突度量方法[J]. 控制与决策, 2017, 32(2): 293-298.  
MAO Y F, ZHANG D L, WANG L. Measurement of evidence conflict based on overlapping degree[J]. Control and Decision, 2017, 32(2): 293-298.
- [25] 包甜甜, 谢新连, 魏照坤. 新的证据冲突度量方法[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(1): 41-48.  
BAO T T, XIE X L, WEI Z K. Novel approach for measuring the conflict between evidence[J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(1): 41-48.
- [26] 汤潮, 蒋旻, 陈运东, 等. 新不确定度量下的冲突证据融合[J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(9): 2394-2400.  
TANG C, JIANG W, CHEN Y D, et al. Conflicting evidence combination based on a new measure method of uncertainly[J]. Systems Engineering-Theory& Practice, 2015, 35(9): 2394-2400.
- [27] LIU W. Analyzing the degree of conflict among belief functions[J]. Artificial Intelligence, 2006,170(11): 909-924.

## [作者简介]



孙贵东 (1989-), 男, 山东荣成人, 海军航空大学博士生, 主要研究方向为智能数据挖掘、模糊识别与决策。

关欣 (1978-), 女, 辽宁锦州人, 博士, 海军航空大学教授、博士生导师, 主要研究方向为智能信息处理、多源信息融合。

衣晓 (1976-), 男, 山东烟台人, 海军航空大学教授, 博士生导师, 主要研究方向为无线传感器网络、通信导航。

赵静 (1986-), 女, 山东龙口人, 海军航空大学博士生, 主要研究方向为信息融合理论、目标识别。